ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ВЗРОСЛЫХ

«ВИТЕБСКИЙ ОБЛАСТНОЙ ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»

Решение задач как средство развития математических способностей

Выполнила

Командышко Елена Николаевна,

учитель математики

ГУО «Средняя школа №2 г. Сенно»,

слушатель группы ДПК-

Рецензент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 (Ф.И.О.)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 (должность)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 (ученая степень, звание)

Реферат допущен к защите \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 (дата) (подпись рецензента)

Количество страниц \_\_\_\_\_\_

Витебск, 2017

**Содержание**

|  |  |
| --- | --- |
| Введение | 3 |
| Основная частьГлава. Учим решать задачи1.1 Знакомство с условием задачи. Краткая запись условия.1.2 Поиск решения задачи и составление плана решения.1.3 Оформление решения задачи.1.4 Проверка.1.5 Творческая работа над задачей.Глава. Задачи определённые, неопределённые и переопределённые2.1 Задачи с несформулированным вопросом (задачи открытого типа).* 1. Задачи с недостающими данными
	2. Задачи с лишними данными (переопределённые задачи)

2.4 Задачи с меняющимся условием2.5 Логические задач | 334677891010111112 |
| Заключение | 13 |
| Список использованной литературы | 14 |

**Введение**

 Вовлечение школьника в доступную его возрасту математическую деятельность – основной путь развития его математических способностей. Математика начинается вовсе не со счёта. Что кажется очевидным, а с загадки, проблемы. Для развития творческого мышления у школьника необходимо, чтобы он почувствовал удивление и любопытство, повторил путь человечества в познании. Начинать учить мыслить нужно с развития способности правильно ставить вопрос. «Почему?», «Чем это обусловлено?», «Как доказать?», «Что из этого следует?», «От чего это зависит?» - неполный перечень вопросов, которые школьники должны научиться ставить и уметь отвечать на них.

 Математические способности представляют собой свойство системы познавательных процессов, проявляющееся в эффективном решении сложных познавательных задач, решение которых требует умственных операций с пространственным и символическим материалом без опоры на наглядность. $\left[1\right]$. Одно из основных назначений задач и упражнений при обучении математике заключается в том, чтобы развить уровень математических способностей учащихся.

 В принципе каждый ученик может научиться их решать. Главная задача учителя – поставить ученика в позицию активного субъекта учебной действительности, организовать ее таким образом, чтобы он все более активно и самостоятельно совершенствовал умения и навыки.

**Основная часть**

**Глава. Учим решать задачи**

 Для того чтобы ученик умел решать задачи, он должен сначала научиться создавать математическую модель, выбирая необходимые для решения величины из их множества и осуществляя вариативный поиск данных, недостающих для решения задачи. Найдя решения полученной математической задачи, ученик должен их проанализировать, сравнить и выбрать наиболее оптимальные.

 В процессе решения каждой задачи и ученику, решающему задачу, и учителю, обучающему решению задач, целесообразно четко разделять пять этапов решения задач:

1-й этап. Знакомство с условием задачи. Краткая запись условия.

2-й этап. Поиск решения задачи и составление плана решения.

3-й этап. Оформление решения задачи.

4-й этап. Проверка.

5-й этап. Творческая работа над задачей.

 Рассмотрим подробнее процесс формирования умения рассуждать и доказывать на примере следующей задачи: «Река Вихра – правый приток Сожа – имеет длину 158 км, причём её протяжённость по нашей стране на 78 км меньше протяжённости по России. Какова протяжённость реки Вихры по Беларуси?» $\left[2\right]$.

**1-й этап. Знакомство с условием задачи. Краткая запись условия**

**Чтение задачи**. Задача читается чаще всего дважды: учеником или учителем вслух и каждым учеником про себя. Этот приём облегчает восприятие, так как при первом прочтении задачи не все ученики могут сразу сосредоточиться на ней из-за разной скорости переключения внимания и других индивидуальных особенностей протекания психических процессов. Использование данного приёма способствует формированию и развитию *умения воспринимать материал*. Восприятие задачи на слух при чтении задачи учителем или одним из учеников класса и чтение задачи каждым учеником про себя позволяют задействовать разные виды памяти: зрительную и слуховую, что улучшает процесс запоминания задачи. Кроме того, чтение задачи несколько раз влечёт за собой развитие механического запоминания. В данном случае идёт развитие *умения запоминать материал*.

 При чтении задачи необходимо выделять интонацией ключевые слова, числовые данные и вопрос задачи. Использование данного приёма также способствует развитию *умений воспринимать, запоминать материал и выделять главное*.

**Беседа по содержанию задачи**. Беседа по содержанию задачи включает вопросы по сюжету задачи (О чём идёт речь в задаче?), по числовым данным (Какова длина реки Вихры?), по вопросу (Что нужно найти в задаче?), по вопросу (Что нужно найти в задаче?). В ходе беседы также устанавливается смысл непонятных слов. Беседа по содержанию задачи помогает понять связи между числовыми данными задачи, лучше запомнить содержание задачи, что ведёт к развитию *умений осознавать и запоминать материал*.

 На данном этапе появляются мотивы решения задачи (например, кому-то из учеников нравится сам процесс решения задачи; кого-то интересует содержание задачи, расширяющее кругозор; некоторые ученики решают задачу, чтобы овладеть общим способом решения подобных задач; часть учеников стремится выполнить требование учителя, получить хорошую отметку, похвалу и т.п.), т.е. развивается интеллектуальное *умение мотивировать свою деятельность*.

 Выделение структурных компонентов задачи. Краткая запись условия задачи. При выделении основных структурных компонентов задачи и создании краткой записи необходимо разбить задачу на части, найти в них самое значимое, существенное, отбросив при этом второстепенное. Для осуществления данных операций необходимы интеллектуальные *умения анализа, выделения главного и абстрагирования.*

 Краткая запись (рис.1) – представление задачи в виде схемы, чертежа, рисунка, таблицы и т.д. – даёт возможность ещё раз повторить условие и вопрос задачи, что облегчает процесс *восприятия, осмысленного запоминания*. Поскольку в краткой записи отражают самое главное и существенное в задаче, то можно говорить о формировании *умения рационально запоминать*.

 По Беларуси 78 км

 По России 158 км

Рисунок 1

**2-й этап. Поиск решения задачи и составление плана решения**

Приведу возможную схему рассуждений при поиске решения задачи (рис. 2):

- Что обозначает число 158? (Общую протяжённость реки Вихры.)

- Что обозначает число 78? (На столько километров протяжённость реки Вихры по территории Беларуси меньше её протяжённости по территории России.)

**:**

**-**

**+**

Рисунок 2

- Давайте уравняем обе протяжённости, например, до протяжённости по России. Как это можно сделать? (Надо к протяжённости реки по Беларуси прибавить 78 км.)

- Что показывает сумма 158 км + 78 км? (Удвоенную протяжённость реки по территории России.)

- Можно ли найти протяжённость реки по России, зная удвоенное значение этой протяжённости? (Можно.)

- Каким действием? (Делением на 2.)

- Можно ли теперь найти протяжённость реки Вихры по территории Беларуси? (Можно.)

- Как найти протяжённость реки по Беларуси? (От полученной протяжённости реки по России вычесть 78.)

 При нахождении плана решения задачи в данном случае выполняется синтез (рассуждение от данных к вопросу задачи) через конкретизацию (мысленное представление условия задачи). Через последующее абстрагирование (отвлечение от конкретной ситуации) осуществляются необходимые арифметические действия.

 В ходе поиска решения задачи ученики должны уметь воспринимать вопросы, т.е. отражать их в своём сознании, понимать их, воспроизводить в памяти с опорой на краткую запись ту часть условия задачи с помощью которой может быть дан правильный ответ на поставленный учителем вопрос. Таким образом, в данном случае используются *умения воспринимать, осознавать, запоминать и абстрагировать*.

 Схема поиска решения задачи позволяет запомнить план рационального решения задачи.

**3-й этап. Оформление решения задачи**

 После того как найден план решения задачи и составлена схема решения, можно предложить ученикам оформить решение задачи с помощью выражения и записать ответ. В результате получаем:

(158+78):2-78=40 (км).

Ответ: 40 км.

 При оформлении решения задачи в виде выражения прежде всего необходимо воссоздать в памяти коллективно найденный план решения задачи, ещё раз повторить последовательность действий, объединить их в одно выражение, расставить скобки, учитывая порядок выполнения арифметических действий. При этом используются *умения обобщения, систематизации и синтез*.

 Значение выражения вычисляется по действиям, последовательность которых определяется с помощью операции *анализа*, т.е. разбиение выражения на части.

 В результате вычисления значения выражения получаем число, для формулировки точного ответа на вопрос задачи необходимо снова вернуться к конкретному содержанию задачи и установить наименование искомого. В данном случае используется *умение конкретизации*.

 После составления подробного плана решения задачи можно предложить самостоятельно, т.е. без точных указаний учителя, оформить решение задачи. Таким образом, на данном этапе возможно применение *умения самостоятельно выполнять задание*.

**4-й этап. Проверка**

 Правильность ответа на вопрос задачи можно проверить разными способами. Можно, например, предложить решить задачу другим способом, уровняв протяжённость реки по России до протяжённости реки по Беларуси, и сверить полученные результаты. Выбрать способ оформления решения задачи другим способом, сопоставить результаты ученики могут самостоятельно. Например, возможен такой вариант:

1) 158-78=80 (км) – удвоенная протяжённость реки по Беларуси;

2) 80:2=40 (км) – протяжённость реки Вихры по территории Беларуси.

Ответ: 40 км.

 Проверка решения задачи с помощью решения задачи другим способом предлагает сопоставление полученных результатов, для чего необходимо умение сравнивать. Поскольку произвести проверку, при необходимости найти и исправить ошибки в решении, выбрать оформление решения задачи при втором способе учениками предложено самостоятельно, то это влечёт за собой формирование и развитие *умений самостоятельного решения проблем, самоконтроля и самооценки*.

 Решение задачи несколькими способами позволяет определить более рациональный способ и в дальнейшем использовать при решении задач такого же типа. Такая работа приучает учеников мыслить рационально.

**5-й этап. Творческая работа над задачей**

 Данный этап является наиболее плодотворным в плане формирования и развития интеллектуальных умений. В первую очередь ученикам потребуется *умение осознанного восприятия*, так как необходимо точно понять и осознать задание учителя.

 В нашем случае можно предложить ученикам изменить вопрос задачи так, чтобы её решение требовало более двух действий. Данный вариант творческой работы над рассматриваемой задачей вытекает из выбранного способа проверки задачи. Чтобы справиться с предложенной «творческой работой», ученикам необходимо ещё раз вернуться к найденным способам решения, сопоставить их (*умения проводить анализ и сравнение*). Ученики приходят к выводу, что решение задачи в два действия возможно при ответе на вопросы: «Какова протяжённость реки по Беларуси?» и «Какова протяжённость реки по Росси?». При объединении этих вопросов (выполняется *синтез*): «Какова протяжённость реки в каждой из стран?» - задача решается в три действия.

 Обсуждение найденного решения, поиск других способов решения, закрепление в памяти использованных приёмов, выявление условий возможности применения этих приёмов, обобщение данной задачи – всё это ведёт к формированию и развитию математических способностей школьников.

**Глава. Задачи определённые, неопределённые и переопределённые**

 Воспитание у школьников интереса к математике, развитие их математических способностей невозможно без использования в учебном процессе задач нестандартного характера. Решение таких задач формируют математическую культуру школьника.

 Если взглянуть на задачи, представленные в школьных учебниках математики, то все они внутри каждой темы классифицированы по степени сложности и расположены, как правило, в порядке её возрастания.

 В методической литературе задачи классифицируются по характеру требований (на доказательство, построение, вычисление), по функциональному назначению (задачи с дидактическими функциями, с познавательными и развивающими), по величине проблемности (стандартные, поисковые, проблемные) по методам решения и т.д.

 Нестандартная задача - это задача, алгоритм решения которой учащимся неизвестен, то есть учащиеся не знают заранее ни способа ее решения, ни того, на какой учебный материал опирается решение. $\left[5\right]$. Классифицируются такие задачи по типу характера – определённые, неопределённые и переопределённые. Эти задачи полезны тем, что они, не обладая алгоритмичностью решения, активизируют умственную деятельность обучающихся, заставляют их искать нестандартные подходы к решению, а также допускают несколько способов решения.

 Рассмотрим подробнее данный тип задач и определим, какие творческие умения развивает каждая из них.

1. **Задачи с несформулированным вопросом (задачи открытого типа).** В этих задачах не формулируется вопрос, но он логически вытекает из данных в задаче математических отношений. Ученики упражняются в осмыслении логики данных в задаче отношений и зависимостей. Задача решается после того, как ученик сформулирует вопрос (иногда к задаче можно поставить несколько вопросов). Рассмотрим примеры таких задач.

1. В $∆ABC ∠A=40°, ∠В=47°$. (Возможны варианты продолжения задачи, предложенные учениками: 1. Вычислите градусную меру угла С. 2. Вычислите градусные меры внешних углов треугольника.)

2. В $∆ABC$ AF-биссектриса угла ВАС, $∠$ ВFА= $∠$СFА=90°, $∠АВ$F =70° (рис.3).

F

С

В

А

Рисунок 3

 Проанализировав условие задачи и доказав, что треугольник АВС равнобедренный, ученики могут сформулировать вопрос задачи: «Вычислите градусные меры углов треугольника АВС.

1. **Задачи с недостающими данными.**

 В задачах этого типа отсутствуют некоторые данные, вследствие чего дать точный ответ на вопрос задачи не представляется возможным. Школьник должен проанализировать задачу и доказать, почему нельзя дать точный ответ на вопрос задачи, чего не хватает, что надо добавить. При решении задач данного типа у обучающихся вырабатывается умение анализировать и систематизировать, рассуждать, выстраивать логическую цепочку, доказывать. Рассмотрим пример таких задач.

1. Расстояние между Атосом и Арамисом, едущими верхом по дороге, равно 20 лье. За один час Атос проезжает 4 лье, а Арамис – 5 лье. Какое расстояние будет между ними через час? $\left[6\right]$.

Решение. Ученик, проанализировав условие задачи, должен рассмотреть четыре следующих случая:

1) мушкетёры едут навстречу друг другу, тогда расстояние между ними через час будет равно 20-(4+5)=11 (лье);

2) мушкетёры едут в разные стороны, в этом случае: 20+94+5)=29 (лье);

3) мушкетёры едут в одну сторону, Арамис догоняет Атоса, т.е. 20+4-5=19 (лье);

4) мушкетёры едут в одну сторону, Арамис впереди: 20+5-4=21 (лье).

1. **Задачи с лишними данными (переопределённые задачи).**

 В эти задачи введены дополнительные данные, маскирующие необходимые для решения условия. Ученики должны выделить те данные, которые необходимы для решения, и указать лишние. При решении таких задач школьники учатся сравнивать, сопоставлять, выявлять противоречия. Задачи данного типа полезно дополнять как непротиворечивыми, так и противоречивыми условиями. Для их решения новых знаний не требуется, но необходим новый подход к ним, новые мыслительные приёмы.

1. В прямоугольнике стороны равны 8,4 см и 3,9 см, а периметр 24,6 см. Найдите площадь прямоугольника. $\left[6\right]$. (Периметр в задаче является лишним данным, и его не нужно использовать для решения. Однако необходимо проверить, что длины сторон соответствуют периметру, что бывает не всегда.)

2. В прямоугольнике длины сторон равны 6,7 см и 4,2 см, а площадь равна 25,3 см2. Требуется найти периметр прямоугольника. $\left[6\right]$. (Задача аналогичного характера, но содержащая противоречие в тексте. Нужно проверить, соответствуют ли данные друг другу. Площадь прямоугольника не равна 25,3 см2.)

1. **Задачи с меняющимся условием.**

 При решении задач с параметрами требуется , кроме хорошего знания стандартных методов решений уравнений и неравенств, наличие исследовательских умений. Это требует от школьника более развитого логического мышления и математической культуры, но, в свою очередь, эти задачи сами способствуют их развитию. Таким образом, задачи с параметрами представляют собой небольшие исследовательские задачи.

 Рассмотрим примеры таких задач.

1. Ваня и Петя вышли навстречу друг другу. Скорость Вани – 100 м/с, а Пети – 75 м/с. Расстояние между мальчиками равно s метров. Через сколько минут встретятся мальчики, если:

а) s=525 м; б) s=875 м; в) s=2625 м; г) s= а м?

2. Сравните –а и 3а.

Решение. Ученик проанализировав условие задачи, должен рассмотреть три следующих случая: а$>$0, а=0, а$<$0.

 Если а$>$0, то -а$<$3а; если а=0, то –а=3а; если а$<$0, то –а$>$3а. $\left[7\right]$.

3. При каких значениях коэффициента m уравнение mх=5 имеет единственный корень? Существует ли такое значение m, при котором это уравнение не имеет корней; имеет бесконечно много корней? $\left[7\right]$.

4. Найдите значение а, при котором уравнение (а-3)·х=3 имеет решение и при котором это уравнение не имеет корней.

Решение. Если а$\ne $3, то х=$\frac{3}{а-3}$, если а=3, то 0х=3, корней нет. $\left[7\right]$.

1. **Логические задачи.**

 Эти задачи сравнительно легко решаются с применением наглядно-образных средств (рисунков, схем, чертежей). Тренируется способность наглядно выражать математические соотношения задачи. Сначала ученика просят решить указанные задачи рассуждением, без опоры на наглядные образы.

1. Школьники ходили в театр и кино. Каждый ходил либо в театр, либо в кино, но многие ходили и в театр и в кино. В театре было 89% школьников, в кино – 78%. Сколько школьников было и в театре и в кино?

Решение. Обозначим полоской 100% школьников (рис. 4) и отметим слева те 89%, которые были в театре: 11% школьников не были в театре, значит, они были в кино (так как по условию каждый школьник был либо в театре, либо в кино). Отметим справа те 78% школьников, которые были в кино (рис.5).

 89%

 100%

 Рисунок 4

 89%

 11%

 78%

 Рисунок 5

 Из географической схемы ясно видно, что и в театр и в кино ходили 67% школьников.

Ответ: 67%. $\left[7\right]$.

2. Для новогоднего утренника купили орехи, конфеты и пряники – всего 760 штук. Орехов взяли на 80 штук больше, чем конфет, а пряников на 120 штук меньше, чем орехов. Какое наибольшее число одинаковых подарков для детей можно сделать из этого запаса?

Решение. Из рисунка (рис. 6) видно, что пряников было 200 штук, орехов 320, а конфет 240. НОД (200, 240, 320)=40. Наибольшее количество подарков 40.

 пряники

 Всего - 760

 конфеты 40

 орехи 120

Рисунок 6

Ответ. 40.

**Заключение**

 Включение подобных задач в содержание обучения математике способствует тому, что, во-первых, у учащихся поддерживается и развивается познавательный интерес, во-вторых, закрепляются умения анализировать, сравнивать, наблюдать, конкретизировать, абстрагировать и др., в-третьих, закрепляются и развиваются мотивация обучения и гибкость мышления.

 Интерес школьников к учению надо рассматривать как один из самых мощных факторов обучения. Математику надо понимать не как систему истин, которые надо заучивать, а как систему рассуждений, требующую творческого мышления. Умение заинтересовать математикой – дело непростое. Многое зависит от того, как поставить даже очевидный вопрос, и от того, как вовлечь всех учащихся в обсуждение сложившейся ситуации. Творческая активность учащихся, успех урока целиком зависят от методических приёмов, которые выбирает учитель.

**Список использованной литературы**

1. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. –М., 1968.

2. Латотин, Л.А. Математика: учеб. пособие для 5-го кл. общеобразоват. учреждений с рус. яз. обучения. В 2 ч Ч. 1/ Л.А Латотин, Б.Д. Чеботаревский. – Минск: Нар. асвета, 2009. – 157 с.

3. Кузнецова Е.П. [и др.]; под ред. Л.Б. Шнепермана. Математика: учебное пособие для 5 класса общеобразовательных учреждений с рус.яз. обучения: в 2 ч. Ч.1и Ч.2 – Минск: Нац. Институт образования, 2013.

4. Кузнецова Е.П. [и др.]; под ред. Л.Б. Шнепермана. Математика: учебное пособие для 6 класса общеобразовательных учреждений с рус.яз. Обучения – Минск: Нац. Институт образования, 2014.

5. Метельский Н .В. Дидактика математики. Общая методика и ее проблемы. – Минск: Изд-во БГУ, 1982

6. Мазаник, А.А. Реши сам / А.А.Мазаник. – Минск: Народная асвета, 1980. – 240 с.

7. Романовский, Ю.Я. Олимпиады по математике. 5-7 классы / Ю.Я.Романовский, И.А.Корлюкова. – Минск: Аверсев, 2010. – 106 с.