

Движение из одного пункта в другой с остановкой в пути

Задача 1. Скорый поезд был задержан у семафора на 16 минут и нагнал опоздание на перегоне 80 км, идя со скоростью на 10 км/ч большей, чем полагается по расписанию. Какова скорость поезда по расписанию ?

Решение. Пусть первоначальная скорость x км/ч, тогда скорость на перегоне 80 км равна $(x + 10)$ км/ч. Время, за которое проходит поезд перегон в 80 км равно $\frac{80}{x+10}$ ч.

По условию задачи: $\frac{80}{x} - \frac{80}{x+10} = \frac{16}{60}$. Решим уравнение:

$$\frac{80}{x} - \frac{80}{x+10} - \frac{4}{15} = 0 \Leftrightarrow \frac{15 \cdot 80(x+10) - 80 \cdot 15x - 4x(x+10)}{15x(x+10)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15 \cdot 80(x+10) - 80 \cdot 15x - 4x(x+10) = 0, \\ x \neq 0, \\ x \neq -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15 \cdot 20(x+10) - 20 \cdot 15x - x(x+10) = 0, \\ x \neq 0, \\ x \neq -10 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 300x + 3000 - 300x - x^2 - 10x = 0, \\ x \neq 0, \\ x \neq -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3000 - x^2 - 10x = 0, \\ x \neq 0, \\ x \neq -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 10x + 3000 = 0, \\ x \neq 0, \\ x \neq -10 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -60, \\ x = 50, \\ x \neq 0, \\ x \neq -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -60, \\ x = 50. \end{cases}$$

$x = -60$ не удовлетворяет условию задачи. Скорость поезда по расписанию равна 50 км/ч.
 Ответ: 50 км/ч.

Задача 2. $\frac{3}{4}$ пути поезд шел со скоростью 60 км/ч, но затем был задержан на 6 минут, и поэтому, чтобы прибыть в конечный пункт вовремя, оставшуюся часть пути он прошел со скоростью 75 км/ч. Найдите путь, пройденный поездом до задержки.

Решение. Пусть весь путь составлял x км. $\frac{3}{4}x$ км поезд проехал за $\frac{3}{4}x : 60 = \frac{3x}{240} = \frac{x}{80}$ (ч). $\frac{1}{4}x$ км поезд прошел за $\frac{x}{4} : 75 = \frac{x}{300}$ ч. По условию $\frac{x}{60} = \frac{x}{80} + \frac{x}{300} + \frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{x}{6} = \frac{x}{8} + \frac{x}{30} + 1$. Умножим обе части на 120, получим: $20x = 15x + 4x + 120$, $x = 120$.

Весь путь 120 км. Путь, пройденный до задержки $120 \cdot \frac{3}{4} = 90$ (км).

Ответ: 120 км.

Задача 3. (№ 13.038) Товарный поезд был задержан в пути на 12 минут, а затем на расстоянии 60 км наверстал потерянное время, увеличив скорость на 15 км/ч. Найти первоначальную скорость поезда.

Решение. Из условия задачи следует, что если бы поезд двигался после остановки с прежней скоростью, то затратил бы на 12 минут ($12 \text{ мин} = \frac{1}{5} \text{ ч}$) больше, чем предусмотрено расписанием. Пусть x км/ч – первоначальная скорость поезда. Тогда время по расписанию равно $\frac{60}{x}$ ч, время, после увеличения скорости – $\frac{60}{x+15}$ ч.

Составим и решим уравнение $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+15} = \frac{1}{5}$.

$x_1 = 60$, $x_2 = -75$ – не удовлетворяет условию задачи, так как скорость величина неотрицательная.

Ответ: 60 км/ч.

Задача 4. Пассажирский поезд идёт из А в В и после 5 минут остановки в В идёт далее в С. Спустя 14 минут после того, как он покинул В, ему встречается скорый поезд, скорость которого вдвое больше скорости пассажирского поезда. Скорый поезд выехал из С в тот момент, когда пассажирский поезд был на расстоянии 25 км от А. Кроме того, известно, что скорому поезду нужно 2 часа, чтобы пройти расстояние СВ, и что если он из А сразу возвратится, то прибудет в С на 0,75 ч позже прибытия пассажирского поезда. Какова скорость каждого поезда и как удалены друг от друга пункты А, В и С?

Решение. Пусть скорость пассажирского поезда x км/ч, а скорого y км/ч. Так как по условию $y = 2x$, то пассажирскому поезду требуется на пробег от А до С столько же времени, сколько скорому – на пробег от А до С и обратно. Но пассажирский поезд выходит из А на $\frac{25}{x}$ ч раньше, чем скорый из С, и поэтому он, несмотря на пятиминутную

остановку в В, приходит в С на $\frac{3}{4}$ ч раньше скорого. Отсюда получаем уравнение

$$\frac{25}{x} = \frac{3}{4} + \frac{5}{60}.$$

Решив его, найдём $x = 30$. Тогда $y = 60$, а $BC = 120$ км.

Определим теперь АВ. Пассажирский поезд шёл от В до встречи со скорым 14 минут и прошёл за это время $\frac{14}{60} \cdot 30 = 7$ (км). Следовательно, скорый поезд прошёл с момента выхода из С до момента встречи с пассажирским поездом $120 \text{ км} - 7 \text{ км} = 113 \text{ км}$, затратив на этот путь $\frac{113}{60}$ ч. Пассажирский же поезд, после того, как он отошёл из А на 25 км, был в пути до момента встречи со скорым на 5 минут меньше этого времени, то есть $\frac{113}{60} - \frac{5}{60} = \frac{108}{60} = \frac{9}{5}$ (ч). За это время он прошёл $30 \cdot \frac{9}{5} = 54$ (км), причём 7 км из них за пункт В. Следовательно, $AB = 25 + 54 - 7 = 72$ (км).

Ответ: скорость пассажирского поезда 30 км/ч,
 скорость скорого поезда 60 км/ч,
 АВ = 72 км, ВС = 120 км.

Решите задачи:

1. (№ 13.081) Мотоциклист отправился из пункта А в пункт В, отстоящий от А на 120 км. Обрато он выехал с той же скоростью, но через час после выезда должен был остановиться на 10 минут. После этой остановки он продолжал

путь до А, увеличив скорость на 6 км / ч . Какова была первоначальная скорость мотоциклиста, если известно, что на обратный путь он затратил столько же времени, сколько на путь от А до В ?

2. (№ 13.222) Расстояние между станциями А и В равно 103 км. Из А в В вышел поезд и, пройдя некоторое расстояние, был задержан, а поэтому оставшийся путь до В проходил со скоростью на 4 км/ ч большей прежней. Найти первоначальную скорость поезда, если известно, что оставшийся путь до В был на 23 км длиннее пути, пройденного до задержки, и на прохождение пути после задержки было затрачено на 15 минут больше, чем на прохождение пути до задержки.

Ответы: 1. 48 км/ч . 2 . 80 км/ч .