**9 класс**

1. Уравнение 12х3 + 4х2 - 17х + 6 = 0 имеет два корня, абсолютные величины которых взаимообратные числа, противоположные по знаку. Какие это корни?

(5 баллов)

1. При каком значении **а** система двух линейных уравнений, одно из которых 2ах + 6у = 1, а другое геометрически изображается прямою, проходящей через точки (3; 0) и (0; а), имеет бесконечное множество решений?

(5 баллов)

1. Отец старше сына на столько лет, сколько месяцев сыну. Во сколько раз отец старше сына?

(3 балла)

1. Площадь равностороннего треугольника, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, вдвое больше его. Доказать, что один из острых углов этого прямоугольного треугольника равен 30°

(6 баллов)

1. Номер каждого автобусного билета - шестизначное число (несколько начальных цифр билета или даже все они могут быть и нулями). Билет называется счастливым, если сумма первых трех цифр его номера равна сумме трех последних его цифр. Докажите, что сумма всех номеров счастливых билетов делится на 13.

(6 баллов)

**9 класс**

1. Найдите все натуральные числа n , при которых уравнение

х2 -7nх+150 = 0 имеет два целых корня.

(4 балла)

2. Через точки А и В проведите две прямые так, чтобы угол между ними делился данной прямой MN пополам.

(5 баллов)

3. Петя, проезжая в вагоне трамвая, заметил Васю, шедшего пешком параллельно линии трамвая в противоположную сторону. Через 10 сек. он вышел из вагона и отправился догонять Васю. Зная, что Петя шел вдвое быстрее Васи и в пять раз медленнее трамвая, определите, через сколько времени Петя догонит Васю.

(6 баллов)

4. Автор учебника, читая условие одной из задач, пометил описку в условии: «Отложить на левой стороне угла в 60° 9 см, на правой стороне ... см. Чему равно расстояние между полученными таким образом точками?». Составитель увеличил на 1 число сантиметров на месте поставленных точек и не изменил ответа, напечатанного в конце учебника. На удивление, описка не привела к ошибке. Какое число было набрано в задаче?

(5 баллов)

5. Вифсла, Тофсла и Хемуль играли в снежки. Первый снежок бросил Тофсла. Затем в ответ на каждый попавший в него снежок Вифсла бросал 6 снежков, Хемуль - 5, а Тофсла - 4 снежка. Через некоторое время игра закончилась. Найдите, в кого сколько снежков попало, если мимо цели пролетело 13 снежков. (В себя самого снежками не кидаются).

(5 баллов)

**9 класс**

1. Бригада землекопов должна была в 8 ч. начать рыть траншею. Однако, простояв в очереди за лопатами, они приступили к работе позже: первый - на 5 мин., второй - на 10 мин., третий - на 15 мин и т.д. Закончив рыть траншею в 12 ч, они ушли на обед, а после обеда, работая с 13 ч до 16 ч, вырыли вторую такую же траншею. Сколько было землекопов?
2. Калькулятор имеет кнопки операций «+», «-», «•» , « : », а также функции  и [х], ([х] - целая часть числа х, т.е. наибольшее целое число, не превосходящее х). Придумать формулу (не разветвленную, как ниже), позволяющую вычислять на этом калькуляторе значения функции

-1 при х<0

sgn х = 0 при х = 0

 1 при х>0

1. Доказать, что любое целое число можно представить в виде суммы кубов пяти целых чисел (например: 13 = 33+ (-2)3 + (-2)3 +13 + 13).
2. На сколько равновеликих трапеций может быть разрезан треугольник?
3. (Задача Эйлера). Две крестьянки принесли на рынок вместе 100 яиц, одна больше, нежели другая; обе выручили одинаковые суммы. Первая сказала тогда второй: «Будь у меня твои яйца, я выручила бы 15 крейцеров». Вторая ответила: «А будь твои яйца у меня, я выручила бы за них 6  крейцера».

Сколько яиц было у каждой?

**9 класс**

1. В прямоугольнике АВСД вершину А соединили с серединами сторон ВС и СД. Может ли один из отрезков оказаться вдвое длиннее другого?
2. Решите арифметический ребус:



(Здесь разными буквами зашифрованы разные цифры)

3. Сумма двух чисел равна 2, а сумма их квадратов равна 3. Найдите сумму кубов и сумму четвертых степеней этих чисел.

1. В прямоугольном треугольнике один из углов равен 30°. Докажите, что отрезок перпендикуляра, проведенного к гипотенузе через ее середину до пересечения с катетом, втрое меньше большего катета.
2. По неподвижному эскалатору человек спускается быстрее, чем поднимается. Что быстрее: спуститься и подняться по поднимающемуся эскалатору или спуститься и подняться по спускающемуся эскалатору? (Предполагается, что все скорости, о которых идет речь, постоянны, причем скорости эскалатора при движении вверх и вниз одинаковы, а скорость человека относительно эскалатора всегда больше скорости эскалатора).

**9 класс**

1. Две лошади пили из одной бочки, доверху наполненной водой; Гнедая лошадь выпила половину трети четверти бочки, а вороная - четверть половины трети бочки. Какая лошадь выпила воды больше?

(3 балла)

2. Натуральные числа а, в, с, d таковы, что ав = cd. Может ли число a+e+c+d быть простым?

(4 балла)

3. Найдите углы прямоугольного треугольника, если известно, что центр вписанной в него окружности равноудален от середины гипотенузы и вершины прямого угла.

(6 баллов)

4. От пристани одновременно отправились два теплохода: один - вниз по течению к пункту А, а другой - вверх по течению к пункту В. В пункты А и В теплоходы прибыли через 5 и 9 часов соответственно. Прибыв в указанные пункты, теплоходы, не останавливаясь, развернулись и поплыли обратно: один - в пункт А, а другой - в пункт В, - и встретились на расстоянии 20 км от пристани вниз по течению. (Собственные скорости теплоходов во все время движения постоянны и равны). Расстояние между пунктами А и В равно 200 км. Найдите скорость течения реки.

(8 баллов)

5. У Пети и Васи имелось по одинаковой прямоугольной открытке. Каждый из мальчиков разрезал свою открытку на два прямоугольника равной площади и один из них выбросил, а один оставил себе. Затем Вася оставшийся у него прямоугольник снова разрезал на два прямоугольника одинаковой площади и один из них выбросил, а один оставил себе, Петя же свой прямоугольник больше не разрезал. Оказалось, что периметры прямоугольников, оставшихся у Пети и Васи, равны. Найдите отношение сторон прямоугольной открытки.

(9 баллов)

**9 класс**

1. Что больше: 3111 или 1714 ?
2. Имеется дробь $\frac{1}{3}$. Каждую секунду к ее числителю прибавляется 1, а к знаменателю прибавляется 7. Восточное поверье гласит: в тот момент, когда получится дробь, сократимая на 11, наступит конец света. Докажите, что не следует бояться наступления конца света.
3. При каких a, b и c прямые y =ax + b, y = bx + c, y = cx + a проходят через точку А(1;1)?
4. Квадратный трехчлен Р(х) = ax2 + bx + c (a, b,c - целые, c - нечетное) имеет целые корни. Может ли Р(2013) быть нечетным числом?

**9 класс**

**1**. Имеются три металлических слитка. Первый весит 5 кг, второй – 3 кг, и каждый из этих слитков содержит 30% меди. Если первый слиток сплавить с третьим, то получится слиток, содержащий 56% меди, а если второй – с третьим, то получится слиток, содержащий 60% меди. Найдите и напишите два числа, первое из которых выражает все третьего слитка (в кг), а второе – процент содержания меди в нем.

**2**. Определите такое значение параметра a, при котором сумма квадратов корней уравнения $x^{2}+\left(2-a\right)x+a-3=0$ была бы наименьшей.

**3**. Красная Шапочка несла бабушке 14 пирожков: с мясом, с грибами и с капустой. Пирожков с капустой было в два раза больше, чем с мясом. Сколько пирожков с грибами несла Красная Шапочка, если их больше, чем с мясом, но меньше, чем с капустой?

**4**. Количество работ великого математика Эйлера составляет наибольшее трехзначное число со следующими свойствами: 1) в нем две одинаковые цифры X; 2) если удвоить X, то полученное число оканчивается на оставшуюся цифру Y; 3) произведение XY оканчивается на X. Сколько научных работ принадлежит Эйлеру?

**9 класс**

**1.** Три купчихи – Олимпиада, Сосипатра и Поликсена – пили чай. Если бы Олимпиада выпила на 5 чашек больше, то она выпила бы столько, сколько две другие вместе. Если бы Сосипатра выпила на 9 чашек больше, то она выпила бы столько, сколько две другие вместе. Определите, сколько каждая выпила чашек и у кого какое отчество, если известно, что Уваровна пила чай вприкуску, количество чашек чая, выпитых Титовной, кратно трем, а Карповна выпила 11 чашек.

**2.** Можно ли число 203 представить в виде суммы нескольких натуральных чисел так, чтобы и произведение всех этих чисел тоже было равно 203?

**3.** Найдите все натуральные числа п, для которых сумма квадратов всех их собственных (т.е. не равных п) делителей равна 2п + 2.

**4.** Один человек каждый месяц записывал свой доход и расход. Может ли быть так, что за любые пять идущих подряд месяцев его общий расход превышал доход, а в целом за год его доход превысил расход?

**5.** При каком наименьшемчисле слагаемых возможно равенство:

 СТУК + СТУК + … + СТУК = АААААА? (здесь одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным – разные).